

Wie viele Mariachi-Bands werden gebraucht,
um die San Escobar teilende Mauer an einer
Stelle zum Einsturz zu bringen?

PlaNeT SimTech - Team 11

25. März 2017

Inhaltsverzeichnis

0.1	Zusammenfassung	2
0.2	Einführung	2
0.3	Hauptteil	2
0.3.1	Grundidee	2
0.3.2	Modellierungsannahmen	2
0.3.3	Mathematische Methoden	3
0.3.4	Diskussionen	6
0.4	Schlussfolgerung	7

0.1 Zusammenfassung

Die Antwort auf die Frage, wie viele Mariachi-Bands man benötigt, um eine symbolische Mauer auf dem Marktplatz in Santo Subito zum Fall zu bringen, lautet: Man benötigt ca. 10 bis 17 Mariachi-Bands (wenn man von einer durchschnittlichen Bandgröße von 7 bis 12 Mitgliedern ausgeht). Um dieses Ergebnis zu erreichen, wurde berechnet, welchen Schalldruck man benötigt, um die Mauer mithilfe der Schallbündelung eines Parabolspiegels zum Umfallen zu bringen.

0.2 Einführung

Über 28 Jahre lang teilte eine massive Stahlbetonmauer Deutschland in Ost und West. Der Beginn der Zerstörung dieser 1989 war weltweit ein großer Moment für die Menschen. Nun soll auch die „República Popular Democrática de San Escobar“ mit dem Durchbruch der das wundervolle Land San Escobar trennenden Mauer besiegelt werden. Um dies gebührend zu zelebrieren, soll eine große Feierlichkeit auf dem Marktplatz in Santo Subito stattfinden. Um der einzigartigen Kultur des Landes treu zu bleiben, sollen Mariachi-Bands die Mauer symbolisch zum Einsturz bringen. Um bei einem solchen Ereignis keine Lapsus zu riskieren, soll bestimmt werden, wie viele Mariachi-Bands hierzu mindestens gebucht werden müssen.

0.3 Hauptteil

0.3.1 Grundidee

Um die Mauer zum Einsturz zu bringen, soll das Prinzip der Schallbündelung angewendet werden. Demnach werden eine noch zu bestimmende Anzahl an Mariachi-Bands so positioniert, dass ihre Schallwellen nicht nur auf direktem Wege zur Mauer gelangen, sondern auch möglichst viele Schallwellen durch eine auf dem Marktplatz aufzubauende Konstruktion auf einen Punkt auf der Mauer gebündelt wird und sich der Schalldruck intensiviert.

0.3.2 Modellierungsannahmen

Da San Escobar ein Produkt der Kreativität Witold Waszczykowski's ist, muss man von einer allgemeineren Begebenheit ausgehen.

So sei zu klären, wie die Mauer in San Escobar beschaffen sein könnte. Es bietet sich an als Orientierung eine Konstruktion zu wählen, die schon einmal

ein Land in zwei Teile teilte: die Berliner Mauer. Diese bestand aus Stahlbeton und hatte eine Höhe von 3,6 Meter sowie eine Breite von zwischen 0,2 Meter am Boden und 0,1 Meter an der Spitze. Beim Bau wurden einzelne Elemente von 1,2 Metern Länge nebeneinander gesetzt. [1]

Dabei müsste davon ausgegangen werden, dass die Mauer zuvor gezielt geschwächt wird. Dies ist mit dem symbolischen Wert, den die Feierlichkeit haben soll, durchaus vereinbar, vor allem da hierdurch ein vorher geformtes Stück der Mauer durchbrochen werden kann und kein zufälliges Stück herausbricht. Es bietet sich an, die Mauer an den Kanten eines der vorher erwähnten, 1,2 Meter langen Elementen zu schwächen, indem beispielsweise von oben Bohrungen durch die ganze Höhe der Mauer durchgeführt werden, wodurch auch die Optik nicht gestört würde. Allerdings kommt man schnell zu dem Schluss, dass ohne akustischen Verstärker, der die traditionelle Stimmung Santo Subitos natürlich vollständig ruinieren würde, ein Einstürzen der massiven Mauer durch Schalldruck, der auf einem einfachen Marktplatz von Mariachi-Bands erzeugt wird, sehr schwer realisierbar wäre.

Überdenkt man jedoch das Gesamtkonzept und betrachtet die geographische Lage des vom polnischen Politiker erdachten San Escobar, dann ist es äußerst naheliegend, dass dieses vermutlich weniger wohlhabende Land für den Mauerbau auf importierte Materialien setzt. Gemeint sind selbstverständlich Legosteine aus dem südlich gelegenen Legoland.

Es sei nun der Aufbau der Legomauer festzulegen. Diese besteht aus - der Anzahl San Escobars Nachbarländern entsprechend - sechs miteinander verbundenen Reihen von 2x4 Lego Classic Bricks (BxHxT: 31,2mm x 9,6mm x 15,6mm) [2] und hat die gleiche Höhe sowie den gleichen 1,2-Meter langen Segmentaufbau wie die Berliner Mauer. Dies entspricht einer Breite von 77 Lego-Bricks und einer Höhe von 375 Lego-Bricks.

Des Weiteren muss definiert werden, wie eine Mariachi-Band aufgebaut ist. So werden ihre prächtigen traditionellen Klänge meist von 7-12 Musikern pro Band [3] erzeugt, von denen durchschnittlich zur Vereinfachung die Hälfte als Gitarrenspieler (hierzu zählen auch Vihuelas und Guitarróns) und je ein Viertel als Trompeten- und Geigenspieler angesehen wird.

0.3.3 Mathematische Methoden

Zuerst gilt es zu berechnen, welche Kraft von den Musikern auf das Mauerstück wirken muss, um es zu Fall zu bringen. Dies lässt sich über die Stand-

festigkeit des Körpers bzw. das Drehmoment M , das auf ihn wirken muss, um ihn zu kippen, berechnen. Mit der Länge l des Abstandes zwischen dem Mittelpunkt der Mauer und der Kippkante gilt:

$$M = G * l = m_{\text{ges}} * g * l$$

Mit der Masse $m_L = 2.36g$ eines Legosteins [3] und insgesamt $n = 6 * 375 * 77 = 173250$ Legosteinen, ergibt sich eine Gesamtmasse von $m_{\text{ges}} = 2.36g * 173250 = 408.87kg$.

l berechnet sich über den Satz den Pythagoras zu $l = \sqrt{(1.8m/2)^2 + (93.6mm/2)^2} = 1800.61mm$. Somit ergibt sich für das benötigte Drehmoment M :

$$M = m_{\text{ges}} * g * l = 408.87kg * 9.81N/kg * 1800.61mm = 7222.26Nm$$

Diese Kraft müsste auf den obersten Mittelpunkt S der Mauer wirken, um sie zu kippen. Da der Schalldruck auf die ganze Fläche wirkt, müsste man diesen über das Moment integrieren. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass der gesamte Druck auf den besagten Mittelpunkt S der Mauer wirkt. Zur Vorstellung:

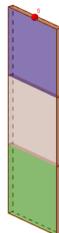


Abbildung 1: Schrägansicht des Mauersegments

Die Kraft F , die auf das Mauersegment wirken müsste, berechnet sich mit der Höhe h durch:

$$F = \frac{M}{h} = \frac{7222Nm}{3.6m} = 2006N$$

Der Druck p , der damit auf die gesamte Fläche A wirken müsste, beträgt somit:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{2006N}{3.6m * 1.2m} = 464Pa$$

Es muss also ein Schalldruck von 464Pa von den Musikern auf das Mauersegment wirken.

Berechnung des Schallpegels, der von den Musikern erzeugt werden muss:

(1) Auf die Wand muss der Pegel L_p wirken:

$$L_p = 20 * \log\left(\frac{p}{p_0}\right)dB = 20 * \log\left(\frac{464Pa}{0.00002Pa}\right)dB = 147.31dB$$

Um nun den von den Musikern erzeugten Schalldruck zu bündeln, soll auf dem Marktplatz eine Konstruktion errichtet werden. Diese beruht auf der Form eines Parabolspiegels, mit dem Mauersegment als Brennpunkt. Als Material eignet sich wegen seines geringen Absorptionsgrades (ca. 0.02) eine Steinwand mit möglichst glattem Anstrich. [5]

Mit „GeoGebra“ lässt sich der Parabolspiegel mithilfe einer Parabelfunktion g beschreiben. Der Abstand vom Scheitelpunkt des Parabolspiegels zum Brennpunkt $B(0|f)$, also dem Mauersegment, ist f . Somit ergibt sich als Funktion für den Parabolspiegel (siehe auch Abb. 2):

$$g(x) = \frac{1}{4 * f} * x^2$$

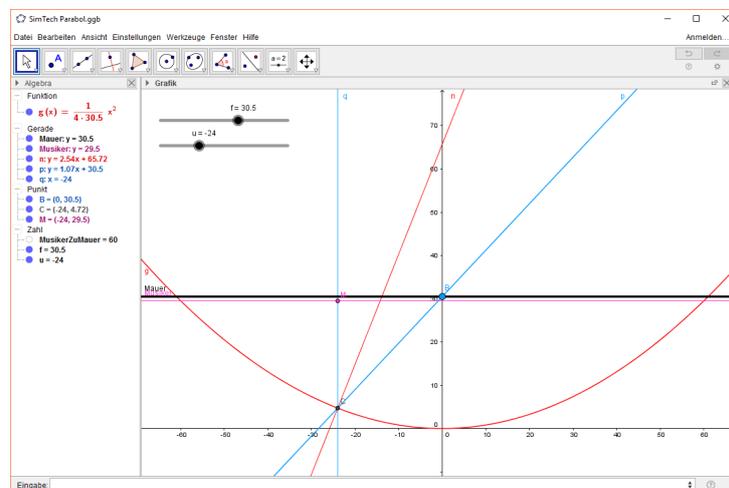


Abbildung 2: GeoGebra Simulation (Blaue Linien für den Weg des Schalls vom Musiker zum Brennpunkt)

Der Schalleistungspegel (SWL) gibt die Schalleistung einer Quelle an. Mit Hilfe des Abstands von der Quelle und einem Faktor, der die Ausbreitungsrichtung angibt kann man einen Schalldruckpegel (SPL) an einem Punkt berechnen. Da sich die Schalldruckpegel der Mariachi Bands mit steigender

Entfernung verringert, muss man den Schall mit einem Parabolspiegel bündeln, um das gewünschte Ergebnis zu erzielen. Nun geht man jedoch davon aus, dass sich bei einem Parabolspiegel im Brennpunkt der Schall bündelt und somit verstärkt. Wir nehmen deswegen an, dass man in unserem Fall genau andersherum rechnen kann und den benötigten Schalldruck als "Quelle" gebündelten Schalls ansehen kann.

$$L_p = L_w - |10 \cdot \log\left(\frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2}\right)| \text{dB} = 147 \text{dB} - |10 \cdot \log\left(\frac{225}{4 \cdot \pi \cdot (30 \text{m})^2}\right)| \text{dB} = 129.98 \text{dB}$$

Eine Gitarre hat durchschnittlich einen Pegel von ca. 95dB, eine Geige von ca. 100dB und eine Trompete von ca. 115dB. Fügt man nun in die Formel (1) die

$$L_\Sigma = 10 \cdot \log_{10}(n) + L_1$$

Abbildung 3: (1)

$$L_\Sigma = 10 \cdot \log_{10}\left(10^{\frac{L_1}{10}} + 10^{\frac{L_2}{10}} + \dots + 10^{\frac{L_n}{10}}\right) \text{dB}$$

Abbildung 4: (2)

jeweiligen Werte ein und den Anteil der Musiker an der Band, beispielsweise zur Hälfte Gitaristen, so kommt man auf einen Wert von ca. 120 benötigten Musikern. Diese können demnach den nötigen Pegel von 130dB erzeugen und die Mauer zu Fall bringen.

Dies entspricht schließlich 10 bis 17 Mariachi-Bands.

0.3.4 Diskussionen

Bei der Beantwortung der gestellten Frage fiel unsere Auswahl auf die hier erörterte Methode, da es sich um die einzige Möglichkeit handelte, welche im Bereich des theoretisch möglichen lag. Weitere Denkansätze, wie die Problemstellung hätte gelöst werden können waren unter anderem: - Das Fundament der Mauer anzugreifen und sie somit zum Sturz zu bringen - Die Mauer per Muskelkraft zum Fall zu bringen - Die Musiker als Rhythmusgruppe zu verwenden, welche Leute zum tanzen auf der Mauer anregt, damit diese unter der Last und den Bewegungen kollabiert - Die Musikinstrumente zu verstärken um die Mauer zu zerstören Alle diese Möglichkeiten schienen uns entweder der Aufgabenstellung nicht angemessen, da sie den symbolischen

Wert des Ereignisses nicht erfüllten, oder waren schlicht zu unrealistisch um in die Tat umgesetzt zu werden.

0.4 Schlussfolgerung

Wegen des Zeitdrucks mussten viele Annahmen gemacht werden, welche möglicherweise nicht der Realität entsprechen. So könnte man sich mit mehr Zeit näher mit der Reflexion, dem Widerstand, dem Material und auch der Ausrichtung beschäftigen, die Werte konkretisieren und somit auch zu verbessern, um ein aussagekräftiges Ergebnis zu erhalten. Zusätzlich wurden bei der Berechnung einige Formeln vereinfacht, um somit komplizierte und zeitaufwändige Berechnungen zu vereinfachen. Schließlich ergibt sich trotz der Vereinfachung ein realistischer Wert von 10-17 Mariachi-Bands.

Literaturverzeichnis

- [1] http://www.pohl-projekt.de/berliner_mauer_infos/infos_01.htm
- [2] <https://de.wikipedia.org/wiki/Lego>
- [3] <https://de.wikipedia.org/wiki/Mariachi>
- [4] <http://thragor.blogspot.de/2008/10/wieviel-wiegt-ein-legostein.html>
- [5] <http://www.burosch.de/audio-technik/233-raumakustik-1-schall-reflexionen-nachhallzeit-hallradius.html>