

# **Team 18**

**Wie viele Mariachi-Bands werden gebracht, um die Mauer  
durch San Escobar zum Einsturz zu bringen?**

PlaNeT SimTech

25. März 2017

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zusammenfassung</b>	<b>2</b>
<b>2 Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>3 Hauptteil</b>	<b>3</b>
3.1 Annahmen . . . . .	3
3.2 Mauerbruch durch Resonanz . . . . .	3
3.3 Instrumentenwahl und Ergebnis . . . . .	5
3.4 Diskussion . . . . .	6
<b>4 Schlussfolgerung</b>	<b>6</b>

## 1 Zusammenfassung

Wir wollen die Mauer über eine Resonanzkatastrophe mit der Musik der Mariachi-Bands zerstören.

Herauszufinden gilt es, wie viele Bands hierfür benötigt werden. Dazu beantworten wir folgende Teilfragen:

- Beschaffenheit der Mauer, um damit ihre Eigenfrequenz bestimmen zu können
- Energie, die benötigt wird, um ein Mauersegment zerstören zu können
- Energie, die von einer Mariachi-Band aufgebracht werden kann

Insgesamt folgt, dass mindestens 12.000, besser aber 18.000 Bands benötigt werden um die Mauer zum Einsturz zu bringen.

## 2 Einleitung

Nach langen Jahren der Trennung San Escobars durch eine Mauer, wurde dieses Jahr die gemeinsame „República Popular Democrática de San Escobar“ ausgerufen. Nun soll diese Mauer in einer großen Feierlichkeit auf dem Marktplatz in Santo Subito an einer Stelle symbolisch durchbrochen werden. Hierzu werden Mariachi-Bands genutzt, die bei der Feier für die traditionelle Volksmusik sorgen.

Im Folgenden gehen wir auf die Frage ein, wie viele Mariachi-Bands benötigt werden, um die Mauer zum Einsturz zu bringen.

## 3 Hauptteil

### 3.1 Annahmen

Um die Frage beantworten zu können, wurden folgende Annahmen gemacht:

- (i) Da es sich bei der Mauer durch San Escobar nicht um eine real existierende Mauer handelt, nutzen wir die Maße der Berliner Mauer als Grundlage für unsere Berechnungen.
- (ii) Zur Vereinfachung gehen wir davon aus, dass die Mauer an jeder Stelle 0.1 m stark und 3,60 m hoch ist. Die Berliner Mauer bestand aus einzelnen Segmenten, von denen wir in der San Escobars eins durchbrechen wollen. Dies hat dann eine Breite von 1,20 m. Das Material ist Stahlbeton.<sup>1</sup>

### 3.2 Mauerbruch durch Resonanz

Aus dem Schulunterricht ist uns die Resonanzkatastrophe der Tacoma Narrows Bridge bekannt. Wir wollen nun überlegen, wie viel Energie wir auf eine Mauer übertragen müssen, dass sie in ähnlicher Weise kollabiert.

Dazu benötigen wir zunächst die Eigenfrequenz der Mauer. Nach unserer Annahme ist ein Mauersegment 1,2 m breit, es kann sich also eine stehende Welle mit der Wellenlänge

$$\lambda_k = \frac{2,4 \text{ m}}{k}$$

bilden.

Daraus folgt für die möglichen Eigenfrequenzen

$$f_k = \frac{c}{\lambda_k} = \frac{c \cdot k}{2,4 \text{ m}}$$

mit der Schallgeschwindigkeit<sup>2</sup>  $c = 3900 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  in Stahlbeton, und weiter

$$f_1 = \frac{3900 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,4 \text{ m}} = 1,6 \text{ kHz}.$$

Wir nehmen im Folgenden an, dass sich die Rückstellkraft der Schwingung annähernd proportional zur Auslenkung verhält. Des weiteren wird die Dämpfung der Schwingung in der Rechnung der Einfachheit halber vernachlässigt. Dann folgt aus der Formel für die Kreisfrequenz<sup>3</sup> mit der Dichte von Beton<sup>4</sup> für die

---

<sup>1</sup>[http://www.pohl-projekt.de/berliner\\_mauer\\_infos/infos.01.htm](http://www.pohl-projekt.de/berliner_mauer_infos/infos.01.htm)

<sup>2</sup>[http://www.science-at-home.de/wiki/index.php/Schallgeschwindigkeit\\_in\\_verschiedenen\\_Medien](http://www.science-at-home.de/wiki/index.php/Schallgeschwindigkeit_in_verschiedenen_Medien)

<sup>3</sup>[https://web-docs.gsi.de/wolle/TELEKOLLEG/TRANS/formeln\\_schwingung.pdf](https://web-docs.gsi.de/wolle/TELEKOLLEG/TRANS/formeln_schwingung.pdf)

<sup>4</sup><http://www.hausjournal.net/stahlbeton-dichte>

Rückstellkonstante  $D$

$$\begin{aligned}\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} &\Rightarrow D = \omega^2 \cdot m = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot m = 4\pi^2 \cdot f^2 \cdot m = 4\pi^2 \cdot f^2 \cdot \rho_{\text{Beton}} \cdot V \\ &= 4\pi^2 \cdot (1,6 \text{ kHz})^2 \cdot 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 1,2 \text{ m} \cdot 3,6 \text{ m} = 1,1 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{kg}}.\end{aligned}$$

Verlängert sich ein Mauerstück um die Länge  $\Delta x$ , so wirkt die Zugkraft

$$F_{\text{Zug}} = D \cdot \Delta x.$$

Das Teilchen in der Mitte des beschallten Segments werde maximal um die

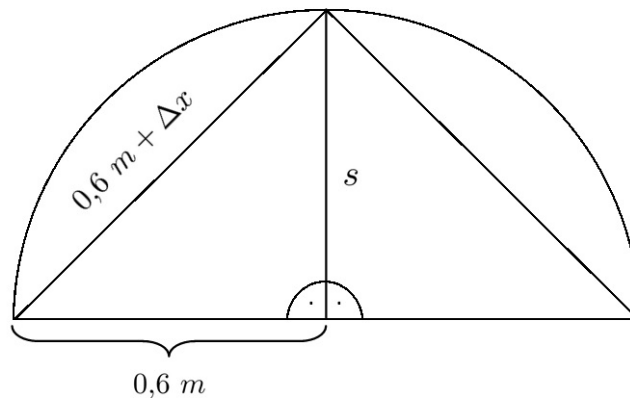


Abbildung 1: Darstellung der stehenden Welle auf einem Mauersegment bei maximaler Auslenkung

Strecke  $s$  ausgelenkt. Dann wirkt, wie in Abbildung 1 zu sehen, näherungsweise die Kraft

$$F_{\text{Zug}} = D \cdot (\sqrt{(0,6 \text{ m})^2 + s^2} - 0,6 \text{ m}).$$

Beton hält Zugkräften<sup>5</sup> von bis zu  $2,8 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$  aus. Mit der Mauerquerschnittsfläche

$$A = 0,1 \text{ m} \cdot 3,6 \text{ m} = 0,36 \text{ m}^2$$

folgt somit

$$28.000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 0,36 \text{ m}^2 = D \cdot (\sqrt{(0,6 \text{ m})^2 + s_{\text{grenz}}^2} - 0,6 \text{ m}),$$

wobei  $s_{\text{grenz}}$  die größtmögliche Auslenkung bezeichnet, die die Mauer aushält. Umformen liefert

$$s = \sqrt{\left( \frac{28.000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 0,36 \text{ m}^2}{D} + 0,6 \text{ m} \right)^2} - 0,6 \text{ m} = 1,0 \text{ cm}.$$

<sup>5</sup><http://www.unics.uni-hannover.de/tarsb/baustoffkunde/BST-F4-Beton.pdf>

Damit schwingt das System mit einer Ernergie von

$$W = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s_{\text{grenz}}^2 = 5,5 \text{ MJ}$$

### 3.3 Instrumentenwahl und Ergebnis

Um die Anzahl der benötigten Bands berechnen zu können, werden folgende Annahmen für die Mariachi-Band getroffen:

- (i) Eine Mariachi-Band hat durchschnittlich 7–12 Mitglieder<sup>6</sup>. Wir rechnen im Folgenden mit zehn Mitgliedern pro Band.
- (ii) Unter den Instrumenten, die von einer Mariachi-Band gespielt werden, sind Gitarre, Guitarrón, Harfe, Violine, Trompete, Vihuela, sowie die Ukulele<sup>7</sup>. Dabei machen die Trompeten schätzungsweise etwa 50% der Band aus.
- (iii) Nur die Trompeten sind für den Mauereinsturz von Bedeutung, da nur sie in der Lage sind, ein g<sup>“</sup> zu spielen<sup>8</sup>, welches die benötigte Frequenz  $f = 1,6 \text{ kHz}$  besitzt<sup>9</sup>. Dies entspricht der Eigenfrequenz des Mauersegments. Bei unseren Trompetern handelt es sich um Profis, die diesen Ton perfekt treffen können.
- (iv) Da die Trompeter Zirkularatmung<sup>10</sup> beherrschen, können sie den Ton über eine unbestimmte Zeit halten.
- (v) Es wird angenommen, dass alle Trompeter in der Lage sind, den oberen Teil des zu zerstörenden Mauersegments anzuvisieren.
- (vi) Eine Trompete hat eine Leistung von rund 0,3 Watt<sup>11</sup>.

Um das Musikstück nicht zu langwierig werden zu lassen, wird der benötigte Ton maximal 30 Sekunden lang gehalten. Dann ergibt sich für die Mindestanzahl  $n$  der Trompetenspieler

$$n \cdot 30 \text{ s} \cdot 0,3 \text{ W} = 5,5 \text{ MJ} \Rightarrow n \approx 60.000$$

und somit mindestens 12.000 Mariachi-Bands.

<sup>6</sup><https://de.wikipedia.org/wiki/Mariachi>

<sup>7</sup><http://www.westmusic.com/resources/meet-the-mariachi-instruments.htm>

<sup>8</sup><http://www.lehrklaenge.de/HTML/trompeten>

<sup>9</sup><http://tnotes.de/NotenFrequenzen>

<sup>10</sup><https://www.saxophon.com/index.php/tipps-tricks/74-zirkularatmung-das-kleine-wunder>

<sup>11</sup><https://de.wikipedia.org/wiki/Schalleistung>

### 3.4 Diskussion

Über die Aufstellung der Bandmitglieder können wir keine Aussage treffen, nur eine Aufstellung in einen einreihigen Kreis ist unmöglich, wenn die Abnahme der Schallleistung in Bezug zur Entfernung berücksichtigt wird.

Wir rechnen mit einer Abnahme von  $844 \frac{dB}{km}$  ( $20^\circ C$ , 70% Luftfeuchte,  $f = 1600 Hz$ )<sup>12</sup> und mit der Schallenergieabnahme um den Faktor drei bei einer Abnahme<sup>13</sup> um 5 dB. Daraus ergibt sich, dass bei einer solchen Aufstellung bei keiner Entfernung  $d$  zum Mauersegment ausreichend Bandmitglieder auf dem Kreis stehen können (bei 0,5 m des Kreisumfangs pro Bandmitglied).

Stattdessen würde sich anbieten, Emporen aufzubauen, sodass die Trompeter übereinander spielen können. Dennoch ist es fraglich, ob überhaupt eine so große Anzahl an Trompetenspielern auf der begrenzten Fläche des Marktplatzes aufgestellt werden kann. Auch ist unklar, ob so viele professionelle Trompetenspieler gefunden werden können.

Da während dem Mauereinsturz eine hohe Lautstärke durch die Bands erzeugt wird, ist auf einen ausreichenden Gehörschutz der Bandmitglieder und der Zuschauer zu achten. Dieser Schutz kann folgendermaßen aussehen:

Ohrenschrützer für die Bandmitglieder und die Zuschauer in der Nähe, sowie Schallschutzwände zum Lärmschutz der Zuschauer und der Umgebung.

Als weitere mögliche Fehlerquellen, die das Ergebnis verfälschen können, sind z.B. fehlerhafte oder ungenaue Angaben unserer Quellen, sonstige Annahmen und Vereinfachungen sowie eventuelle Rechen- oder Tippfehler.

Unser Ergebnis von mindestens 12.000 Bands ließe sich u.a. durch genauere Angaben zu Bauart und Beschaffenheit der Mauer signifikant verfeinern.

## 4 Schlussfolgerung

Da wir im Laufe unserer Rechnungen Vereinfachungen und Annahmen trafen, die das Ergebnis verfälschen können, besteht die Möglichkeit, dass unsere berechnete Anzahl an Bands nicht für den Mauereinsturz ausreicht. Beispielsweise wurden die Dämpfung der Mauerschwingung sowie der Abstand der Trompeter zur Mauer für unsere Berechnungen zur Vereinfachung ignoriert. Um diesen Fehler auszugleichen, wird die Zahl der Mariachi-Bands um 50% erhöht.

---

<sup>12</sup><https://de.wikipedia.org/wiki/Schallausbreitung>

<sup>13</sup><https://de.wikipedia.org/wiki/Schallleistung>